Verbale della riunione della Commissione sul Percorso di Eccellenza del Corso di Laurea in Matematica (seduta telematica del 25/02/2019)

Oggetto: ammissione ai corsi del primo e del secondo anno del Percorso di Eccellenza del Corso di Laurea in Matematica – anno accademico 2018/19.

In data 25/02/2019 i proff. Paolo Caldiroli e Matteo Semplice, componenti della Commissione del Percorso di Eccellenza del Corso di Laurea di Matematica (altri componenti: Proff. Alberto Albano, Ferdinando Arzarello, Sandro Coriasco, Lorenzo Fatibene e Luigi Vezzoni) hanno provveduto a raccogliere e verificare le iscrizioni pervenute per i corsi del primo e del secondo anno del Percorso di Eccellenza del Corso di Laurea in Matematica, per il corrente anno accademico. Hanno quindi informato via email gli altri membri della Commissione delle domande pervenute e della verifica dei requisiti richiesti, secondo quanto stabilito dal regolamento.

Per il corso del primo anno sono pervenute le domande dei seguenti studenti:

matricola
882484
877748
883879
892921
895795
880776
901338
888449
884562
892848

A seguito di consultazione telematica, la Commissione, visti i risultati dei candidati negli esami di profitto, delibera l'ammissione al primo anno del Percorso di Eccellenza dei seguenti studenti:

matricola
882484
877748
883879
895795
880776
888449
884562
892848

Per il corso del secondo anno sono pervenute le domande dei seguenti studenti:

Matricola
854411
856592
859140
861611
864152

859869
855053
859046
858887
858473
858300
853788
856090
861014
858888
858737
861492
858422

A seguito di consultazione telematica, visti i risultati dei candidati negli esami di profitto, la commissione delibera l'ammissione al secondo anno del Percorso di Eccellenza dei seguenti studenti:

Matricola
854411
856592
859140
861611
864152
859869
855053
859046
858473
858300
853788
856090
861014
858888
858737
861492
858422

Si allegano schede informative sulle attività previste per il primo e secondo anno del Percorso di Eccellenza del corrente anno accademico.

Il presente verbale è approvato all’unanimità in modalità telematica.

Per la commissione
Proff. Paolo Caldiroli e Matteo Semplice

Paolo Caldiroli

Percorso di eccellenza – Primo anno
A.A. 2018/19

Minicorso 1: Somme di quadrati e generalizzazioni
Ambito disciplinare: Teoria dei numeri, algebra
Docente: Prof. Lea Terracini – **Tutor**: dott. Fabio Roman
Lezione introduttiva: 25 febbraio 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.
Attività laboratoriali: 4 e 6 marzo 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.

Sommario
Questo minicorso ha come oggetto principale il teorema di Fermat che caratterizza i numeri interi che sono somma di quadrati. Si tratta di un risultato non banale particolarmente interessante in teoria dei numeri in quanto mette in relazione la struttura additiva e quella moltiplicativa dei numeri interi. Il teorema è suscettibile di diverse dimostrazioni, alcune delle quali utilizzano strumenti accessibili a studenti al primo anno della Laurea Triennale in Matematica: congruenze, forme quadratiche, interi di Gauss, conteggio dei punti interi in sottoinsiemi convessi del piano euclideo, serie di Farey.
Inoltre, l'enunciato si presta naturalmente a generalizzazioni in diverse direzioni, che aprono spiragli verso sviluppi più avanzati, per esempio i problemi di Waring, il principio locale-globale, la geometria diofantea e l'aritmetica dei campi di numeri.
Nella lezione introduttiva verrà introdotto il problema, illustrati i punti significativi da dimostrare e discusse alcune generalizzazioni dell'enunciato e delle idee che ne sono alla base. In quell'occasione verranno assegnati agli studenti, suddivisi in piccoli gruppi, dei compiti: studio di dimostrazioni, approfondimenti e generalizzazioni di risultati presentati nella lezione introduttiva.
L'esposizione e la discussione del lavoro svolto dagli studenti saranno l'oggetto degli incontri successivi.

Bibliografia

- Hardy, Wright. An Introduction to the Theory of Numbers. Oxford. 1954 (Ch. XX, XXI)
- Sierpinski. Elementary Theory of Numbers. North Holland. 1985 (Ch. XI)

Minicorso 2: Ricorsione e Funzioni Generatrici: come imparare a contare in fretta
Ambito disciplinare: Algebra, matematica discreta
Docente: Prof. Ferdinando Arzarello – **Tutor**: dott. Davide Zucco
Lezione introduttiva: 11 marzo 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.
Attività laboratoriali: 13 e 18 marzo 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.

Sommario
Nella lezione introduttiva si presenteranno dapprima alcuni esempi di conteggi la cui soluzione richiede di risolvere delle relazioni di ricorrenza ottenendo la loro forma chiusa; si introdurranno brevemente le equazioni caratteristiche delle relazioni di ricorrenza lineari. Successivamente, si introdurrà, sempre a partire da esempi, la nozione di Funzione Generatrice come strumento che permette di risolvere intere classi di problemi di conteggio. Negli incontri successivi si daranno problemi combinatori vari da risolvere usando le funzioni generatrici in modo che le tecniche e le nozioni relative siano via via approfondite e ampliate: in particolare si introdurranno le convoluzioni e le F.G. esponenziali.

Bibliografia

- Graham, R.L., Knuth, D.E., Patashnik, *Concrete Mathematics*, Reading, (MA): Addison-Wesley, 1988. Capp. 1 e 7 (contiene una serie meravigliosa di esercizi graduati che potranno essere usati nel corso).
- Maurer, S.B., Ralston, A. Discrete Algorithmic Mathematics, Wellesley (MA): Peters ltd., 2005. Esiste la traduzione italiana, *Matematica Discreta*, Milano: Hoepli, 1992
- Wilf, H.S., Generatingfunctionology, Wellesley (MA): Academic Press, 2004. Una versione è liberamente scaricabile dal sito: https://www.math.upenn.edu/~wilf/DownldGF.html
- *Lezioni di Matematica Discreta* tenute da R. Dvornicich e G. Gaiffi nell'aa 2014-15 all'Università di Pisa. Raccolte da O. Papini. Liberamente scaricabili da: http://www.dm.unipi.it/~gaiffi/papers/matdiscr.pdf

Minicorso 3: Invarianti nella teoria dei nodi
Ambito disciplinare: Geometria, topologia algebrica
Docente: Prof. Alberto Albano – **Tutor**: dott.ssa Elena Travaglia
Lezione introduttiva: 3 aprile 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.
Attività laboratoriali: 8 e 10 aprile 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.

Sommario
Nella lezione introduttiva verrà presentato il problema della classificazione dei nodi nello spazio euclideo tridimensionale. Verranno messi in luce gli aspetti essenziali di un problema di classificazione: trovare abbastanza esempi e dare una procedura per stabilire quando due esempi sono distinti.
Verrà presentata una storia del problema, dalle origini nella Fisica della seconda metà dell'Ottocento da parte di Lord Kelvin, lo studio dei matematici negli anni 1910-1930 e la grande rinascita a partire dal 1980 con l'introduzione di nuove tecniche, il rinnovato interesse da parte dei fisici e le interessanti applicazioni in biologia.
Nella lezione introduttiva si darà una panoramica delle congetture principali enunciate agli inizi della teoria e dei metodi adottati per affrontarle. Verranno definiti alcuni invarianti in grado di distinguere nodi diversi.
Negli incontri successivi si impareranno metodi per rappresentare i nodi in modo efficiente e quindi calcolare gli invarianti. Verranno testate le congetture e i teoremi visti nella lezione introduttiva e, sulla base dei calcoli fatti e degli esempi visti, si proverà a enunciare qualche nuova congettura.

Bibliografia

- Colin Adams, *The Knot Book*, W. H. Freeman and Company, 1994. Capp. 1, 2, 3, 6
- Alexei Sossinsky, *Nodi: genesi di una teoria matematica*, Bollati Boringhieri, 2000

Minicorso 4: Integrale di Riemann-Stieltjes
Ambito disciplinare: Analisi matematica
Docente: Prof. Paolo Caldiroli – **Tutor**: dott. Davide Zucco
Lezione introduttiva: 15 maggio 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.
Attività laboratoriali: 20 e 22 maggio 2019, h.10:30-12:30, aula Lagrange.

Sommario
Nella lezione introduttiva verrà presentato l'integrale di Riemann-Stieltjes con le sue principali proprietà: linearità, formula di integrazione per parti, riduzione dell'integrale di RS al classico integrale di Riemann, riduzione dell'integrale di RS ad una somma finita, formula di sommazione di Eulero, condizioni per l'esistenza dell'integrale di RS, il caso di funzioni integranti a variazione limitata.
Negli incontri successivi, gli studenti, suddivisi in piccoli gruppi, sono chiamati ad esporre e discutere problemi, esercizi o semplici dimostrazioni di risultati presentati nella lezione introduttiva. Il materiale di lavoro è tratto dalle referenze in bibliografia.

Bibliografia

- Tom M. Apostol, Mathematical Analysis, Addison Wesley (1974), Ch. 6-7
- Robert C. Bartle: The Elements of Real Analysis, John Wiley & Sons (1964), Ch. 22
- Walter Rudin, Principi di Analisi Matematica, McGraw Hill (1991), Cap. 6

Percorso di Eccellenza – Secondo anno
a.a. 2018-2019

Minicorso: Problemi ai minimi quadrati
Ambito disciplinare: Analisi Numerica
Docente: Prof. Matteo Semplice
Tutor: Dott.ssa Elena Travaglia
Lezione introduttiva: 28 febbraio 2019, 13:30-15:30, Sala S.
Attività laboratoriali: 1 marzo 2019, h.12:30-14:30, Sala S; 7 marzo 2019, h.12:30-14:30, Sala S.

Sommario
I problemi ai minimi quadrati si presentano innanzitutto nel classico ambito del fitting di modelli su dati sperimentali, con diverse tipologie (lineari, non lineari, senza vincoli, con vincoli lineari e non), ma ad esempio anche la robotica (problema di Procuste) o la geometria danno origine a problemi nella forma dei minimi quadrati o che vi possono essere ricondotti.
Dal punto di vista teorico, lo studio di tali problemi si effettua mediante la decomposizione in valori singolari e la pseudoinversa di una matrice. La lezione introduttiva presenterà innanzitutto queste tecniche ed il loro legame con diverse proprietà della matrice e la soluzione di problemi ai minimi quadrati. Si passerà poi alla soluzione numerica di alcuni problemi ai minimi quadrati e, riconosciuto che il metodo delle equazioni normali darebbe origine ad un algoritmo non soddisfacente in quanto incrementa artificialmente il numero di condizionamento del problema, si illustrerà l'algoritmo basato sulla cosiddetta decomposizione QR.
Negli incontri successivi gli studenti, suddivisi in piccoli gruppi, svolgeranno diverse attività inerenti le proprità teoriche dei problemi ai minimi quadrati, i metodi di calcolo della decomposizione QR, di aggiornamento di una decomposizione QR quando al problema venga aggiunta una incognita (colonna) o dato (riga), la soluzione di problemi vincolati.
Bibliografia
1. W. Gander, M. J. Gander, F. K. Cham - Scientific computing : an introduction using Maple and MATLAB (2014)
2. G. H. Golub, C. F. Van Loan - Matrix computations (1983, 1989 o 1996)

Minicorso: Autovalori ed autovettori
Ambito disciplinare: Analisi Numerica
Docente: Prof. Alessandra De Rossi
Tutor: Dott.ssa Elena Travaglia
Lezione introduttiva: 14 marzo 2019, h. 13:30-15:30, Sala S
Attività laboratoriali: 15 marzo 2019 h. 12:30-14:20, Sala S; 22 marzo 2019, h. 13:20-15:30, Sala S

Sommario
Il problema della localizzazione degli autovalori riguarda la determinazione di regioni del piano complesso contenenti gli autovalori di una matrice data. I risultati sono utili sia per il calcolo numerico degli autovalori che per evidenziare le proprietà di alcune matrici. La lezione introduttiva presenterà i risultati più importanti sull'argomento e precisamente i teoremi di Gershgorin e Hadamard. Inoltre sarà trattato anche il calcolo degli autovalori, in particolare il metodo delle potenze per il calcolo dell'autovalore di modulo massimo. Il problema del calcolo di autovalori e autovettori di una matrice trova applicazione in svariati campi, ad esempio in statistica, fisica, ingegneria civile, nella teoria dei segnali e nello studio di sistemi dinamici. Nelle attività laboratoriali, gli studenti dovranno analizzare e discutere problemi teorici e applicativi in forma di esercizi.

Bibliografia
G. H. Golub, C. F. Van Loan, Matrix computations, 1996.

Minicorso: Sull'errore delle formule di quadratura
Ambito disciplinare: Analisi Numerica
Docente: Prof. Sara Remogna
Tutor: Dott. Fabio Roman
Lezione introduttiva: 4 aprile 2019, 14:30-16:30, Sala S.
Attività laboratoriali: 11 e 12 aprile 2019, 13:30-15:30, Sala S.

Sommario
Nella lezione introduttiva saranno presentati metodi per lo studio dell'errore delle formule di quadratura, utilizzando ad esempio stime asintotiche dell'errore e il teorema di rappresentazione di Peano. Inoltre, verranno proposte applicazioni, tra cui l'estrapolazione e il metodo di integrazione di Romberg.
Negli incontri successivi, gli studenti dovranno esporre e discutere problemi, esercizi, approfondimenti o dimostrazioni di risultati presentati nella lezione introduttiva.

Bibliografia

1. K.E. Atkinson. An Introduction to numerical analysis - 2. ed. John Wiley & Sons, 1989
2. W. Gautschi. Numerical analysis - 2. ed. Birkhauser, Springer, 2012
3. G.M. Phillips. Interpolation and approximation by polynomials. Springer, 2003
4. J. Stoer, R. Bulirsch. Introduction to numerical analysis- 3. ed. Springer, 2002

Minicorso: Metodi Monte Carlo e generatori di numeri casuali
Ambito disciplinare: Probabilità e statistica
Docente: Prof.ssa Laura Sacerdote
Tutor: Dott. Fabio Roman
Lezione introduttiva: 9 maggio 2019, 14:30-16:30, Sala S.
Attività laboratoriali: 16 e 17 maggio 2019, 13:30-15:30, Sala S.

Sommario
Ci si prefigge di introdurre le idee e le tecniche a fondamento dei metodi di tipo Monte Carlo: metodi probabilistici utilizzati per ottenere stime di grandezze d'interesse attraverso la simulazione di opportuni funzionali di variabili casuali. L'idea essenziale consiste nell' usare la casualità per risolvere i problemi che in linea di principio sarebbero deterministici ma per i quali sia possibile definire un problema stocastico che abbia la medesima soluzione. Sono spesso utilizzati nei problemi fisici, informatici e matematici soprattutto ad alta dimensionalità; sono tanto più utili quanto più è difficile o impossibile utilizzare altri approcci.
Dal momento che i metodi Monte Carlo si basano sulla generazione dei numeri casuali, in primo luogo si tratterà tale problema. Nessun calcolatore, essendo deterministico, è in grado di generare numeri puramente casuali ma solo numeri pseudo casuali. Tali numeri sono generati da algoritmi deterministici che possono superare test statistici di caualità, rendendoli statisticamente indistinguibili da veri numeri casuali. Verranno proposti diversi algoritmi per generare numeri casuali con distribuzioni assegnata e verranno controllati statisticamente i risultati ottenuti. In seguito si utilizzeranno numeri pseudo casuali per affrontare problemi variamente complessi con metodi tipo Monte Carlo. Si faranno esempi nell'ambito dell'integrazione numerica, nel calcolo di costanti matematiche e nella simulazione di fenomeni quali per esempio delle code.

Bibliografia:

1. Robert, C. P.; Casella, G. (2004). *Monte Carlo Statistical Methods* (2nd ed.). New York: Springer
2. Rubinstein, R. Y.; Kroese, D. P. (2007). *Simulation and the Monte Carlo Method* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
3. Shonkwiler, R. W.; Mendivil, F. (2009) Explorations in Monte Carlo Methods (Undergraduate Texts in Mathematics). Springer.
4. Shreider Y. A. (1966) Monte Carlo Methods, Pergamon Press.