TUTORATO DI ALGEBRA 1

4. OPERAZIONI FRA CLASSI E M.C.D.

Esercizio 4.1. In $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}^* = \{(a, b) \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$ sia σ la relazione di equivalenza:

$$(a, b)\sigma(c, d) \iff ad = bc$$

Provare che $\overline{(a, b)} \cdot \overline{(c, d)} = \overline{(ac, bd)}$ é ben posta.

Esercizio 4.2. In $\mathbb{Z}_2 = \{\bar{0}, \bar{1}\}$ dire se le operazioni

a) $\bar{n} * \bar{m} = \overline{n^m}$

b) $\bar{n} * \bar{m} = \overline{n + m^2}$

sono ben poste.

Esercizio 4.3. In $\mathbb{Z}_5$ dire se le seguenti corrispondenze sono ben definite:

a) $f : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$ tale che $[x] \mapsto [x^2]$

b) $g : \mathbb{Z}_5 \rightarrow \mathbb{Z}_5$ tale che $g([x]) = [2^x]$

Esercizio 4.4. Scrivere le tabelline di $+$ e $\cdot$ in $\mathbb{Z}_7$ e verificare che $\mathbb{Z}_7, +, \cdot$ é un campo.

Esercizio 4.5. Trovare M.C.D. $(444, 100)$ ed esprimerlo come loro combinazione lineare.

Esercizio 4.6. Trovare M.C.D. $(842, 511)$ e scrivere l'identitá di Bézout.

Trovare inoltre l'inverso di $\overline{511}$ in $\mathbb{Z}_{842}$.