

MATEMATICA DISCRETA

Foglio n. 2

Svolgere per iscritto i seguenti esercizi, giustificando adeguatamente i passaggi effettuati. Nello svolgimento si presti molta attenzione al linguaggio utilizzato, sia per quanto riguarda la lingua italiana che per quanto riguarda il linguaggio matematico.

1. Nell'insieme \mathbf{R} dei numeri reali si consideri la seguente relazione:

$$x \sim y \quad \text{se e solo se} \quad x - y \in \mathbf{Z}.$$

- a. Verificare che \sim è una relazione di equivalenza.
- b. Determinare le seguenti classi di equivalenza: $[0]$ e $[2/5]$.
- c. Provare che ogni classe di equivalenza $[x]$ ammette almeno un rappresentante appartenente all'intervallo chiuso $[0, 1]$.
- d. Dimostrare che la funzione $f: [0, 1) \rightarrow \mathbf{R}/\sim$ (di dominio l'intervallo semichiuso $[0, 1)$ e codominio il quoziente di \mathbf{R} rispetto alla relazione di equivalenza \sim) definita come $f(z) = [z]$ è biunivoca.

2. Si consideri la relazione ρ in \mathbf{N} data da:

$$n \rho m \quad \text{se e solo se} \quad n = m \quad \text{oppure} \quad 2n \leq m.$$

- a. Verificare che ρ è una relazione d'ordine.
- b. Dire se si tratta oppure no di un ordine totale.
- c. Provare oppure confutare le seguenti affermazioni:
 - i) Il sottoinsieme $A = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ è pari ed } n \geq 2\}$ ammette minimo rispetto alla relazione d'ordine ρ .
 - ii) Il sottoinsieme $B = \{n \in \mathbf{N} \mid n \text{ è pari ed } n \geq 10\}$ ammette minimo rispetto alla relazione d'ordine ρ .