

### Tutoraggio III — Analisi Numerica II

**Esercizio 1.** Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 - 6\alpha x_2 = 3 \\ 3\alpha x_1 - x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- a. Trova il valore, o i valori, di  $\alpha$  per cui il sistema non ammette soluzione.
- b. Trova il valore, o i valori, di  $\alpha$  per cui il sistema ha infinite soluzioni.
- c. Assumendo che esista un'unica soluzione per un dato valore di  $\alpha$ , trova la soluzione.

**Esercizio 2.** Risolvi il sistema lineare

$$\begin{cases} 0.03x_1 + 58.9x_2 = 59.2 \\ 5.31x_1 - 6.10x_2 = 47.0 \end{cases}$$

avente soluzione esatta  $[10, 1]^t$

- a. Utilizzando il metodo di eliminazione gaussiana senza pivoting con tre cifre di mantissa e troncamento.
- b. Utilizzando il metodo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale.
- c. Utilizzando il metodo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale scalato.
- d. Commenta i risultati ottenuti.

**Esercizio 3.** Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & \alpha \end{bmatrix}$$

Trova i valori di  $\alpha$  per cui

- a.  $A$  è singolare.
- b.  $A$  è a diagonale strettamente dominante.
- c.  $A$  è simmetrica.
- d.  $A$  è definita positiva.

**Esercizio 4.** Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & -1 \\ \alpha & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- a. Trova  $\alpha$  in modo che  $A$  sia definita positiva.
- b. Fissato  $\alpha = 0$  utilizza le funzioni Matlab costruite che implementano il metodo di Gauss per risolvere il sistema. E' necessario il pivoting? Scegliere come vettore dei termini noti  $\mathbf{b}$  il vettore unitario.

**Esercizio 5.** Modifica opportunamente la funzione Matlab `gaussnopiv.m` per ottenere la fattorizzazione di una matrice  $A$  in due matrici  $L$ , triangolare inferiore con elementi diagonali unitari, e  $U$ , triangolare superiore. In seguito utilizzalo per fattorizzare la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

(Suggerimento: Quali elementi contiene la matrice  $A$  alla fine del ciclo `for` nella funzione `gaussnopiv.m`?)

**Esercizio 6.** Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- a. Fattorizzale nella forma  $A = P^t L U$ .  
(Suggerimento: Trovare la matrice di permutazione  $P$  e applicare la fattorizzazione  $LU$  (vedi Esercizio 5) alla matrice  $PA$ )
- b. Verifica l'esattezza dei calcoli con il comando Matlab `lu` (`>> help lu`).