

Tutoraggio III — Analisi Numerica II

Esercizio 1. Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} 2x_1 - 6\alpha x_2 = 3 \\ 3\alpha x_1 - x_2 = \frac{3}{2} \end{cases}$$

- Trova il valore, o i valori, di α per cui il sistema non ammette soluzione.
- Trova il valore, o i valori, di α per cui il sistema ha infinite soluzioni.
- Assumendo che esista un'unica soluzione per un dato valore di α , trova la soluzione.

Esercizio 2. Risolvi il sistema lineare

$$\begin{cases} 0.03x_1 + 58.9x_2 = 59.2 \\ 5.31x_1 - 6.10x_2 = 47.0 \end{cases}$$

avente soluzione esatta $[10, 1]^t$

- Utilizzando il metodo di eliminazione gaussiana senza pivoting con tre cifre di mantissa e troncamento.
- Utilizzando il metodo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale.
- Utilizzando il metodo di eliminazione gaussiana con pivoting parziale scalato.
- Commenta i risultati ottenuti.

Esercizio 3. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & \alpha \end{bmatrix}$$

Trova i valori di α per cui

- A è singolare.
- A è a diagonale strettamente dominante.
- A è simmetrica.
- A è definita positiva.

Esercizio 4. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \alpha & -1 \\ \alpha & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

- a. Trova α in modo che A sia definita positiva.
- b. Fissato $\alpha = 0$ utilizza le funzioni Matlab costruite che implementano il metodo di Gauss per risolvere il sistema. E' necessario il pivoting? Scegliere come vettore dei termini noti \mathbf{b} il vettore unitario.

Esercizio 5. Modifica opportunamente la funzione Matlab `gaussnopiv.m` per ottenere la fattorizzazione di una matrice A in due matrici L , triangolare inferiore con elementi diagonali unitari, e U , triangolare superiore. In seguito utilizzalo per fattorizzare la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 3 & 9 \\ 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

(Suggerimento: Quali elementi contiene la matrice A alla fine del ciclo `for` nella funzione `gaussnopiv.m`?)

Esercizio 6. Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- a. Fattorizzale nella forma $A = P^tLU$.
(Suggerimento: Trovare la matrice di permutazione P e applicare la fattorizzazione LU (vedi Esercizio 5) alla matrice PA)
- b. Verifica l'esattezza dei calcoli con il comando Matlab `lu` (`>> help lu`).