

MATEMATICA DISCRETA

Foglio n. 3

Svolgere per iscritto i seguenti esercizi, giustificando adeguatamente i passaggi effettuati. Nello svolgimento si presti molta attenzione al linguaggio utilizzato, sia per quanto riguarda la lingua italiana che per quanto riguarda il linguaggio matematico.

1. Si consideri la seguente funzione $f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{N}$ definita come

$$f(n) = \begin{cases} n + 1 & \text{se } n \geq 0 \\ 2^{-n} & \text{se } n < 0 \end{cases}$$

- a. Determinare $f^{-1}(0)$, $f^{-1}(1)$ e $f^{-1}(2)$.
- b. Utilizzare il punto precedente per stabilire se f è iniettiva, suriettiva, biunivoca.

2. Si consideri la seguente applicazione $g: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}$ definita come

$$g(m) = \begin{cases} 2m + 5 & \text{se } m \text{ è pari} \\ m + 2 & \text{se } m \text{ è dispari} \end{cases}$$

- a. Dire se g è iniettiva e/o suriettiva.
- b. Determinare $g^{-1}(I_6)$, dove $I_6 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- c. Determinare $g^2 = g \circ g$.

3. Dimostrare mediante induzione che per ogni numero naturale n il numero $5^{2n} - 1$ è multiplo di 6.