

TUTORATO DI ALGEBRA 1

6. POLINOMI

Esercizio 6.1. Nell'anello $\mathbb{Q}[x]$ determinare, se esistono, i valori del parametro k per i quali $x^2 - k$ divide $x^7 + 2x + 1$.

Esercizio 6.2. Determinare i valori di p primo per i quali il polinomio $x^4 - 1$ ha radice $\bar{3}$ in \mathbb{Z}_p .

Esercizio 6.3. Trovare in $\mathbb{R}[x]$ un M.C.D. e un m.c.m. di

$$\begin{aligned}a(x) &= x^6 + 3x^4 - x^2 + 1 \\b(x) &= 3x^3 - x\end{aligned}$$

Scrivere inoltre l'identità di Bézout.

Esercizio 6.4. Trovare in $\mathbb{R}[x]$ e in $\mathbb{Z}_5[x]$ un M.C.D. di $a(x) = x^4 + 1$ e $b(x) = x^3 - 1$, e scrivere l'identità di Bézout.

Esercizio 6.5. Trovare, se esistono, le radici in \mathbb{Q} e in \mathbb{Z}_3 del polinomio $x^6 + x^2 + 1$.

Esercizio 6.6. Elencare tutti i polinomi monici irriducibili di terzo grado in $\mathbb{Z}_2[x]$.

Esercizio 6.7. Decomporre in fattori irriducibili in $\mathbb{C}[x]$ e in $\mathbb{Z}_5[x]$ i polinomi $x^5 - 1$ e $x^5 + 1$.