

TUTORATO DI ALGEBRA 1

9. IDEALI E ANELLI QUOZIENTE

Esercizio 9.1. Nell'anello $A = M(2 \times 2, \mathbb{R})$ provare che il sottoinsieme

$$I = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} / a_{11}, a_{12} \in \mathbb{R} \right\}$$

è un ideale destro ma non sinistro di A .

Esercizio 9.2. Determinare tutti gli ideali dell'anello \mathbb{Z}_8 delle classi di resto modulo 8.

Considerata la proiezione canonica $\pi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}_8$ definita da $\pi(x) = [x]$, costruire la biiezione tra gli ideali di \mathbb{Z} contenenti $8\mathbb{Z}$ e gli ideali di \mathbb{Z}_8 .

Esercizio 9.3. Costruire l'anello quoziente di $\mathbb{Q}[x]$ rispetto all'ideale $I = \{(x^2 + 1)p(x)/p(x) \in \mathbb{Q}[x]\}$.

Esercizio 9.4. Nell'anello degli interi \mathbb{Z} costruire:

- a) l'ideale intersezione $6\mathbb{Z} \cap 8\mathbb{Z}$;
- b) l'ideale generato da $(6, 8)$.

Esercizio 9.5. In $(\mathbb{R}[x], +, \cdot)$ costruire l'ideale generato dai polinomi $x^2 - 1$ e $x^3 + 1$.