

**Percorso di Eccellenza – Secondo Anno  
a.a. 2017-2018**

**Minicorso:** Problemi ai minimi quadrati

**Ambito disciplinare:** Analisi Numerica

**Docente:** Prof. Matteo Semplice

**Tutor:** Dott.ssa Emma Perracchione

**Lezione introduttiva:** 26/02/18, h.16:30-18:30, aula A.

**Attività laboratoriali:** 27/02/18, h.16:30-18:30, aula info 2; 06/03/18, h.13:30-15:30, aula info 2.

**Sommario**

I problemi ai minimi quadrati si presentano innanzitutto nel classico ambito del fitting di modelli su dati sperimentali, con diverse tipologie (lineari, non lineari, senza vincoli, con vincoli lineari e non), ma ad esempio anche la robotica (problema di Procuste) o la geometria danno origine a problemi nella forma dei minimi quadrati o che vi possono essere ricondotti. Dal punto di vista teorico, lo studio di tali problemi si effettua mediante la decomposizione in valori singolari e la pseudoinversa di una matrice. La lezione introduttiva presenterà innanzitutto queste tecniche ed il loro legame con diverse proprietà della matrice e la soluzione di problemi ai minimi quadrati. Si passerà poi alla soluzione numerica di alcuni problemi ai minimi quadrati e, riconosciuto che il metodo delle equazioni normali darebbe origine ad un algoritmo non soddisfacente in quanto incrementa artificialmente il numero di condizionamento del problema, si illustrerà l'algoritmo basato sulla cosiddetta decomposizione QR.

Negli incontri successivi gli studenti, suddivisi in piccoli gruppi, svolgeranno diverse attività inerenti le proprietà teoriche dei problemi ai minimi quadrati, i metodi di calcolo della decomposizione QR, di aggiornamento di una decomposizione QR quando al problema venga aggiunta una incognita (colonna) o dato (riga), la soluzione di problemi vincolati.

**Bibliografia**

- W. Gander, M. J. Gander, F. K. Cham - Scientific computing : an introduction using Maple and MATLAB (2014)
- G. H. Golub, C. F. Van Loan - Matrix computations (1983, 1989 o 1996)

**Minicorso:** Sistemi dinamici discreti e caos

**Ambito disciplinare:** Fisica Matematica

**Docente:** Prof. Paolo Cermelli

**Tutor:** Dott. Simone Camosso

**Lezione introduttiva:** 12/03/18 h.14:30-16:30, aula C.

**Attività laboratoriali:** 13/03/18 h.16:30-18:30 aula Lagrange; 19/03/18 h.14:30-16:30 aula C.

**Sommario**

I sistemi dinamici discreti sono modelli per fenomeni evolutivi a tempo discreto. Le loro applicazioni sono innumerevoli, ad esempio in genetica delle popolazioni, nell'evoluzione del comportamento nei sistemi sociali, negli algoritmi del tipo PageRank (l'algoritmo utilizzato da Google), fino ai modelli generativi per il web. Poiché tali sistemi sono basati su formule ricorsive, sono semplici da studiare numericamente, ma il loro comportamento per tempi lunghi può rivelarsi estremamente complesso. Lo studio del comportamento asintotico di sistemi dinamici discreti rappresenta in effetti una palestra per analizzare alcune forme di complessità che passano sotto il generico nome di insorgenza del caos, e fornisce strumenti per studiare la complessità di sistemi di equazioni differenziali a tempo continuo ('il battito di ali di una farfalla in Brasile può causare un tornado in Texas..').

L'attività si svilupperà sia presentando le definizioni e dimostrando i risultati principali della teoria del caos in sistemi discreti, sia sviluppando algoritmi e risolvendo semplici problemi teorici legati alle principali mappe iterate su intervalli dell'asse reale e sul piano complesso.

**Bibliografia**

- E. Salinelli, F. Tomarelli, Modelli dinamici discreti, Springer.

**Minicorso:** Sull'errore delle formule di quadratura

**Ambito disciplinare:** Analisi Numerica

**Docente:** Prof. Sara Remogna

**Tutor:** Dott. Fabio Roman

**Lezione introduttiva:** 10/04/18 h.16:30-18:30 aula Lagrange.

**Attività laboratoriali:** 16/04/18 h.14:30-16:30 aula Lodi; 26/04/18 h.16:30-18:30 aula Lodi.

## Sommario

Nella lezione introduttiva saranno presentati metodi per lo studio dell'errore delle formule di quadratura, utilizzando ad esempio stime asintotiche dell'errore e il teorema di rappresentazione di Peano. Inoltre, verranno proposte applicazioni, tra cui l'estrapolazione e il metodo di integrazione di Romberg.

Negli incontri successivi, gli studenti dovranno esporre e discutere problemi, esercizi, approfondimenti o dimostrazioni di risultati presentati nella lezione introduttiva.

## Bibliografia

- K.E. Atkinson. An Introduction to numerical analysis - 2. ed. John Wiley & Sons, 1989
- W. Gautschi. Numerical analysis - 2. ed. Birkhauser, Springer, 2012
- G.M. Phillips. Interpolation and approximation by polynomials. Springer, 2003
- J. Stoer, R. Bulirsch. Introduction to numerical analysis- 3. ed. Springer, 2002

**Minicorso:** Metodi Monte Carlo e generatori di numeri casuali

**Ambito disciplinare:** Probabilità e statistica

**Docente:** Prof.ssa Laura Sacerdote

**Tutor:** Dott. Fabio Roman

**Lezione introduttiva:** 22/05/18 h.14:30-16:30 aula A.

**Attività laboratoriali:** 28/05/18 h.16:30-18:30, aula info 2; 29/05/18 h.14:30-16:30 aula info 2.

## Sommario

Ci si prefigge di introdurre le idee e le tecniche a fondamento dei metodi di tipo Monte Carlo: metodi probabilistici utilizzati per ottenere stime di grandezze d'interesse attraverso la simulazione di opportuni funzionali di variabili casuali. L'idea essenziale consiste nell'usare la casualità per risolvere i problemi che in linea di principio sarebbero deterministici ma per i quali sia possibile definire un problema stocastico che abbia la medesima soluzione. Sono spesso utilizzati nei problemi fisici, informatici e matematici soprattutto ad alta dimensionalità; sono tanto più utili quanto più è difficile o impossibile utilizzare altri approcci.

Dal momento che i metodi Monte Carlo si basano sulla generazione dei numeri casuali, in primo luogo si tratterà tale problema. Nessun calcolatore, essendo deterministico, è in grado di generare numeri puramente casuali ma solo numeri pseudo casuali. Tali numeri sono generati da algoritmi deterministici che possono superare test statistici di causalità, rendendoli statisticamente indistinguibili da veri numeri casuali. Verranno proposti diversi algoritmi per generare numeri casuali con distribuzioni assegnata e verranno controllati statisticamente i risultati ottenuti. In seguito si utilizzeranno numeri pseudo casuali per affrontare problemi variamente complessi con metodi tipo Monte Carlo. Si faranno esempi nell'ambito dell'integrazione numerica, nel calcolo di costanti matematiche e nella simulazione di fenomeni quali per esempio delle code.

## Bibliografia:

- Robert, C. P.; Casella, G. (2004). *Monte Carlo Statistical Methods* (2nd ed.). New York: Springer
- Rubinstein, R. Y.; Kroese, D. P. (2007). *Simulation and the Monte Carlo Method* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- Shonkwiler, R. W.; Mendivil, F. (2009) *Explorations in Monte Carlo Methods* (Undergraduate Texts in Mathematics). Springer.
- Shreider Y. A. (1966) *Monte Carlo Methods* Pergamon Press