

Analisi Numerica II – 16 giugno 2008 – primo turno

- Istruzioni.

1. Da **condivisa** copiate sul disco **DATI** la cartella **ANII**;
2. rinominate in locale (sul disco **DATI**) **ANII** con **cognome_nome**;
3. nella cartella **cognome_nome** create:
 - un unico M-file di tipo script **cognome.m** su cui dovrete svolgere l'esercizio, opportunamente commentato in relazione alle procedure e ai metodi utilizzati;
 - un ulteriore file **cognome_out.m** dove dovrete copiare i risultati ottenuti.

Esercizio. Si consideri la matrice $A \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$

$$A = E + \alpha \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_{10}^T, \quad \mathbf{b} = A * \text{ones}(10, 1),$$

dove $\mathbf{e}_1 = [1, 0, \dots, 0]^T$, $\mathbf{e}_{10} = [0, 0, \dots, 1]^T$ sono due versori di dimensione 10, $\alpha = 5, 10$, e $E \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$ è una matrice con 1 sulla prima riga, con il vettore $[1, 2, 3, \dots, 10]^T$ sulla decima riga, con 1 sulla diagonale principale (eccetto $E(10,10)=10$) e zero altrove.

1. calcolare il numero di condizionamento in norma infinito della matrice A per i due possibili valori di α ;
2. usando il metodo di Jacobi, risolvere, per ognuno dei due valori di α , il corrispondente sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, fornendo come vettore iniziale $\mathbf{x}_0 = [0, 0, \dots, 0]^T$. Calcolare la soluzione con una tolleranza relativa $\text{toll} = 1.0e - 04$ e un massimo numero di iterazioni $\text{itermax} = 100$.
3. usando il metodo di Gauss-Seidel, risolvere, per ognuno dei due valori di α , il corrispondente sistema $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, fornendo come vettore iniziale $\mathbf{x}_0 = [0, 0, \dots, 0]^T$. Calcolare la soluzione con una tolleranza relativa $\text{toll} = 1.0e - 04$ e un massimo numero di iterazioni $\text{itermax} = 100$.
4. in base agli output ottenuti, in quali casi i metodi di Jacobi e Gauss-Seidel sono convergenti? Giustificare la risposta e, in caso di convergenza, analizzare la velocità.

N.B. Per entrambi i metodi si suggerisce di richiamare le opportune procedure utilizzate durante il laboratorio.